Estadística Empresarial

6. Contraste de Hipótesis

ÍNDICE

MOTIVACIÓN

Cuando se estudia una población de la que se conoce su distribución de probabilidad excepto un parámetro o parámetros desconocidos, se pueden seguir dos enfoques diferentes. El primero, que se presentó en la Unidad Didáctica 5, consiste en asignar valores aproximados a esos parámetros poblacionales. El segundo, que se estudia en esta Unidad Didáctica, consiste en establecer conjeturas sobre los parámetros de una población. Al estudio del procedimiento mediante el cual se aceptan o rechazan estas conjeturas se dedica esta Unidad Didáctica.

Dicho proceso se realiza a partir de la información muestral. Por tanto, esta Unidad Didáctica se basa en la Unidad Didáctica 4.

PROPÓSITOS

Los principales propósitos de esta Unidad Didáctica son:

- Entender el concepto de hipótesis y la distinción entre hipótesis nula y alternativa.
- Comprender el concepto de contraste o test.
- Conocer los errores asociados a un contraste de hipótesis.
- Saber contrastar hipótesis sobre los parámetros de una población.

PREPARACIÓN PARA LA UNIDAD

Esta unidad didáctica comienza definiendo el concepto de hipótesis y los tipos de hipótesis. A continuación, se definen los tipos de errores asociados a un contraste de hipótesis. Seguidamente, se presentan los pasos para realizar un contraste. Finalmente, se exponen contrastes de hipótesis muy utilizados.

En esta Unidad Didáctica aprenderás a contrastar hipótesis sobre los parámetros de una población.

1. INTRODUCCIÓN

Una hipótesis es una conjetura que se establece sobre los parámetros de una población.

- La **hipótesis nula** H_o es la que a priori, antes de tener la información muestral, parece más probable.
- La **hipótesis alternativa** H_1 es la que se pasará a aceptar si se rechaza la hipótesis nula.

Se distinguen dos tipos de hipótesis:

1. **Hipótesis simples**: especifican un único valor para el parámetro.
2. **Hipótesis compuestas**: especifican un conjunto de valores para el parámetro.

Ejemplo 1. La esperanza de una población es desconocida. Se plantea el siguiente contraste.

$$H_0 : \mu = 6$$

$$H_1 : \mu > 6$$

La hipótesis nula es simple, porque especifica un único valor para el parámetro.

La hipótesis alternativa es compuesta, porque especifica un conjunto de valores para el parámetro.

Para contrastar una hipótesis nos basaremos en la información que nos proporciona una muestra. El contraste o test es el procedimiento mediante el que aceptaremos o rechazaremos una hipótesis a partir de la información muestral.

Un contraste divide el espacio muestral en dos regiones:

a) **Región crítica**: es aquella zona del espacio muestral tal que si la muestra pertenece a ella la hipótesis se rechaza.

b) **Región de aceptación**: es aquella zona del espacio muestral tal que si la muestra pertenece a ella la hipótesis se acepta.

2. ERRORES ASOCIADOS A UN CONTRASTE DE HIPÓTESIS

Cuando se realiza un contraste, se puede aceptar o rechazar la hipótesis nula, y esta hipótesis puede ser cierta o falsa. Por tanto, se pueden presentar cuatro posibles situaciones que se exponen, a continuación, en el siguiente cuadro:

Decisión adoptada	**Hipótesis nula es cierta**	**Hipótesis nula es falsa**
Aceptar la hipótesis nula	Decisión correcta	Error tipo II
Rechazar la hipótesis nula	Error tipo I	Decisión correcta

Las consecuencias de la decisión que se tome aparecen en cada una de las celdas del cuadro y son las siguientes:

- Si se acepta la hipótesis nula y la hipótesis es cierta, la decisión será correcta.
- Si rechaza la hipótesis nula y la hipótesis es falsa, la decisión será correcta.

- Si se rechaza la hipótesis nula y la hipótesis es cierta, se comete un error que recibe el nombre de error tipo I o error de primera especie.
- Si se acepta la hipótesis nula y la hipótesis es falsa, se comete un error que recibe el nombre de error tipo II o error de segunda especie.

Estos errores tienen unas probabilidades asociadas.

La probabilidad de cometer el error tipo I recibe el nombre de nivel de significación y se representa por α :

$$\alpha = P(\varepsilon_I) = P\left(\mathrm{Re}\,chazar\,H_0 \big/ H_0 Cierta \right)$$

La probabilidad de cometer el error tipo II no tiene un nombre especifico y se representa por β .

$$\beta = P(\varepsilon_{II}) = P\left(Aceptar\,H_0 \big/ H_0 Falsa \right)$$

La probabilidad del suceso contrario recibe el nombre de potencia del contraste.

$$\eta = P\left(\mathrm{Re}\,chazar\,H_0 \big/ H_0 Falsa \right) = 1 - P\left(Aceptar\,H_0 \big/ H_0 Falsa \right) = 1 - \beta$$

3. PASOS PARA CONTRASTAR UNA HIPÓTESIS

Cuando se realiza un contraste de hipótesis se deben seguir los siguientes pasos:

1. Establecer las hipótesis indicando cual es la nula y cual es la alternativa.
2. Elegir el estadístico de contraste adecuado dependiendo de la situación en la que nos encontremos (distribución de la población, tamaño muestral, información conocida).
3. Establecer una regla de decisión dependiendo del tipo de contraste. La regla de decisión divide el espacio muestral en dos regiones:
   - Región crítica o de rechazo: es la formada por el conjunto de valores del estadístico de contraste que nos llevan a rechazar la hipótesis nula.
   - Región de aceptación: es la formada por el conjunto de valores del estadístico de contraste que nos llevan a aceptar la hipótesis nula.
4. Calcular el valor del estadístico de contraste y el nivel crítico (que dependerá del nivel de significación fijado α).
5. Adoptar la decisión que consistirá en no rechazar la hipótesis nula o rechazar la hipótesis nula.

4. CONTRASTES DE HIPÓTESIS SOBRE LA ESPERANZA DE UNA POBLACIÓN NORMAL

Una población sigue una distribución normal. El valor de la esperanza poblacional es desconocido. Se desea contrastar la hipótesis nula de que la esperanza poblacional sea igual a μ_0. Se distinguen tres tipos de contrastes dependiendo de la hipótesis alternativa.

1. Se fijará como hipótesis alternativa que la esperanza poblacional sea mayor que μ_0 si sabemos que no es posible que la esperanza poblacional sea menor que μ_0. En ese caso la formulación del contraste sería:

$$H_0 : \mu = \mu_0$$
$$H_1 : \mu > \mu_0$$

2. Se fijará como hipótesis alternativa que la esperanza poblacional sea menor que μ_0 si sabemos que no es posible que la esperanza poblacional sea mayor que μ_0. En ese caso la formulación del contraste sería:

$$H_0 : \mu = \mu_0$$
$$H_1 : \mu < \mu_0$$

3. Se fijará como hipótesis alternativa que la esperanza poblacional sea distinta de μ_0 si sabemos que la esperanza poblacional podría tomar cualquier valor. En este caso la formulación del contraste sería:

$$H_0 : \mu = \mu_0$$
$$H_1 : \mu \neq \mu_0$$

Para realizar los contrastes sobre la esperanza poblacional, se utilizará como estadístico de contraste la media muestral.

A continuación, se presentan los diferentes contrastes. Se distinguen dos casos dependiendo de si la varianza poblacional es conocida o desconocida.

CONTRASTES DE HIPÓTESIS SOBRE LA ESPERANZA DE UNA POBLACIÓN NORMAL CON VARIANZA CONOCIDA

Se considera una población que sigue una distribución normal con varianza conocida. Se toma una muestra aleatoria simple de tamaño n. El contraste de hipótesis está basado en la distribución de probabilidad del estadístico media muestral que aparece en la Unidad Didáctica 4 (sección 3). Si se considera cierta la hipótesis nula $H_0 : \mu = \mu_0$, se tiene que:

$$\frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \cong N(0,1)$$

El estadístico sigue una distribución normal estándar.

A continuación, se fijarán las reglas de decisión para los tres tipos de contrastes:

a) Se desea contrastar la hipótesis nula $H_0 : \mu = \mu_0$ frente a la hipótesis alternativa $H_1 : \mu > \mu_0$ siendo μ_0 un número conocido. Se utiliza la media muestral para realizar el contraste. Si la media muestral es *suficientemente grande,* se rechaza la hipótesis nula de que la esperanza poblacional sea igual a μ_0 y se acepta la alternativa: la esperanza poblacional es mayor que μ_0.

   Por tanto, la regla de decisión, fijado un nivel de significación α, es:

Se rechaza H_0 si $\dfrac{\overline{X}-\mu_o}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \geq z_\alpha$ (región crítica)

o lo que es lo mismo si $\overline{X} \geq \mu_o + z_\alpha \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Se acepta H_0 si $\dfrac{\overline{X}-\mu_o}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < z_\alpha$ (región de aceptación)

o lo que es lo mismo si $\overline{X} < \mu_o + z_\alpha \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

siendo z_α el valor que deja a la derecha una probabilidad de α en una distribución normal estándar. Este valor se busca en la tabla de la distribución normal estándar y depende del nivel de significación fijado para realizar el contraste.

b) Se desea contrastar la hipótesis nula $H_0 : \mu = \mu_0$ frente a la hipótesis alternativa $H_1 : \mu < \mu_0$ siendo μ_0 un número conocido. Se utiliza la media muestral para realizar el contraste. Si la media muestral es suficientemente pequeña, se rechaza la hipótesis nula de que la esperanza poblacional sea igual a μ_0 y se acepta la alternativa: la esperanza poblacional es menor que μ_0.

Por tanto, la regla de decisión, fijado un nivel de significación α , es:

Se rechaza H_0 si $\dfrac{\overline{X}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \le -z_\alpha$ (región crítica)

o lo que es lo mismo si $\overline{X} \le \mu_o - z_\alpha \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Se acepta H_0 si $\dfrac{\overline{X}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} > -z_\alpha$ (región de aceptación)

o lo que es lo mismo si $\overline{X} > \mu_o - z_\alpha \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

siendo $-z_\alpha$ el valor que deja a la izquierda una probabilidad de α en una distribución normal estándar. Este valor se busca en la tabla de la distribución normal estándar y depende del nivel de significación fijado para realizar el contraste.

c) Se desea contrastar la hipótesis nula $H_0 : \mu = \mu_0$ frente a la hipótesis alternativa $H_1 : \mu \neq \mu_0$ siendo μ_0 un número conocido. Se utiliza la media muestral para realizar el contraste. Si la media muestral está suficientemente próxima a μ_0, se acepta la hipótesis nula de que la esperanza poblacional sea igual a μ_0 y se rechaza la hipótesis alternativa.

Por tanto, la regla de decisión, fijado un nivel de significación α, es:

Se rechaza H_0 si $\dfrac{\overline{X}-\mu_o}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \geq z_{\alpha/2}$ o $\dfrac{\overline{X}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \leq -z_{\alpha/2}$ (región crítica)

o lo que es lo mismo si $\overline{X} \geq \mu_o + z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$ o $\overline{X} \leq \mu_o - z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Se acepta H_0 si $-z_{\alpha/2} < \dfrac{\overline{X}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < z_{\alpha/2}$ (región de aceptación)

o lo que es lo mismo si $\mu_o - z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} < \overline{X} < \mu_o + z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

siendo $z_{\alpha/2}$ el valor que deja a la derecha una probabilidad de $\alpha/2$ en una distribución normal estándar. Este valor se busca en la tabla de la distribución normal estándar y depende del nivel de significación fijado para realizar el contraste.

Ejemplo 2. Una población sigue una distribución normal con desviación típica 20. Se desea contrastar la hipótesis nula de que la esperanza poblacional sea igual a 6 frente a la hipótesis alternativa de que sea mayor que 6. Para ello se toma una muestra aleatoria simple de tamaño 100 y se obtiene a partir de dicha muestra una media muestral de 10. Realizar el contraste para un nivel de significación del 10%.

La población es normal y la varianza es conocida. Por tanto, el estadístico de contraste es:

$$\frac{\overline{X}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \cong N(0,1)$$

Las hipótesis nula y alternativa son:

$$H_0 : \mu = 6$$

$$H_1 : \mu > 6$$

La regla de decisión adecuada para realizar el contraste es:

Se rechaza H_0 si $\frac{\overline{X}-\mu_o}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \geq z_\alpha$ (región crítica)

Se acepta H_0 si $\frac{\overline{X}-\mu_o}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < z_\alpha$ (región de aceptación)

En primer lugar se determinará el valor del estadístico de contraste.

$$\frac{\overline{X}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{10-6}{\frac{20}{\sqrt{100}}} = 2$$

A continuación, se determinará z_α.

El nivel de significación fijado para realizar el contraste es del 10%. Por tanto $\alpha = 0{,}1$.

z_α es el valor que deja a la derecha un área de 0,1 en una distribución normal estándar. Dicho valor se determina a partir de la tabla de la distribución normal que se presenta en el anexo de la Unidad Didáctica 3.

Se busca dentro de la tabla 0,1. Se mira a que valor de la primera columna y de la primera fila corresponde. Dicha área corresponde a 1,2 y 0,08. Por tanto, $z_\alpha = 1{,}28$.

El valor del estadístico de contraste es mayor que z_α. $2 > 1{,}28$. La muestra pertenece a la región crítica. Por tanto, se rechaza la hipótesis nula.

CONTRASTES DE HIPÓTESIS SOBRE LA ESPERANZA DE UNA POBLACIÓN NORMAL CON VARIANZA DESCONOCIDA

Se considera una población que sigue una distribución normal con varianza desconocida. Se toma una muestra aleatoria simple de tamaño n. El contraste de hipótesis está basado en la distribución de probabilidad del estadístico media muestral que se presentó en la Unidad Didáctica 4 (sección 3). Se distinguen dos casos dependiendo del tamaño de la muestra.

1. Si el tamaño muestral es menor o igual a 30, la distribución de probabilidad del estadístico media muestral viene dada por la siguiente expresión:

$$\frac{\overline{X}-\mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \cong t_{n-1}$$

siendo t_{n-1} una distribución t de Student de $n-1$ grados de libertad.

A continuación, se fijarán las reglas de decisión para los tres tipos de contrastes:

a) Se desea contrastar la hipótesis nula $H_0 : \mu = \mu_0$ frente a la hipótesis alternativa $H_1 : \mu > \mu_0$ siendo μ_0 un número conocido. Se utiliza la media muestral para realizar el contraste. Si la media muestral *es suficientemente grande,* se rechaza la hipótesis nula de que la esperanza poblacional sea igual a μ_0 y se acepta la alternativa: la esperanza poblacional es mayor que μ_0.

Por tanto, la regla de decisión, fijado un nivel de significación α, es:

Se rechaza H_0 si $\frac{\overline{X}-\mu_o}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \geq t_\alpha$ (región crítica)

o lo que es lo mismo si $\overline{X} \geq \mu_o + t_\alpha \frac{S}{\sqrt{n}}$

Se acepta H_0 si $\frac{\overline{X}-\mu_o}{\frac{S}{\sqrt{n}}} < t_\alpha$ (región de aceptación)

o lo que es lo mismo si $\overline{X} < \mu_o + t_\alpha \frac{S}{\sqrt{n}}$

siendo t_α el valor que deja a la derecha una probabilidad de α en una distribución t de Student con n-1 grados de libertad. Este valor se busca en la tabla de la distribución t de Student y depende del nivel de significación fijado para realizar el contraste.

b) Se desea contrastar la hipótesis nula $H_0 : \mu = \mu_0$ frente a la hipótesis alternativa $H_1 : \mu < \mu_0$ siendo μ_0 un número conocido. Si la media muestral es suficientemente pequeña, se rechaza la hipótesis nula de que la esperanza poblacional sea igual a μ_0 y se acepta la alternativa: la esperanza poblacional es menor que μ_0.

Por tanto, la regla de decisión, fijado un nivel de significación α, es:

Se rechaza H_0 si $\dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \leq -t_\alpha$ (región crítica)

o lo que es lo mismo si $\overline{X} \leq \mu_o - t_\alpha \dfrac{S}{\sqrt{n}}$

Se acepta H_0 si $\dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} > -t_\alpha$ (región de aceptación)

o lo que es lo mismo si $\overline{X} > \mu_o - t_\alpha \dfrac{S}{\sqrt{n}}$

siendo $-t_\alpha$ el valor que deja a la izquierda una probabilidad de α en una distribución t de Student con n-1 grados de libertad. Este valor se busca en la tabla de la distribución t de Student y depende del nivel de significación fijado para realizar el contraste.

c) Se desea contrastar la hipótesis nula $H_0 : \mu = \mu_0$ frente a la hipótesis alternativa $H_1 : \mu \neq \mu_0$ siendo μ_0 un número conocido. Se utiliza la media muestral para realizar el contraste. Si la media muestral está suficientemente próxima a μ_0, se acepta la hipótesis nula de que la esperanza poblacional sea igual a μ_0 y se rechaza la hipótesis alternativa.

Por tanto, la regla de decisión, fijado un nivel de significación α, es:

Se rechaza H_0 si $\dfrac{\overline{X} - \mu_o}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \geq t_{\alpha/2}$ o $\dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} < -t_{\alpha/2}$ (región crítica)

o lo que es lo mismo si $\overline{X} \geq \mu_o + t_{\alpha/2}\dfrac{S}{\sqrt{n}}$ o $\overline{X} \leq \mu_o - t_{\alpha/2}\dfrac{S}{\sqrt{n}}$

Se acepta H_0 si $-t_{\alpha/2} < \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} < t_{\alpha/2}$ (región de aceptación)

o lo que es lo mismo si $\mu_o - t_{\alpha/2}\dfrac{S}{\sqrt{n}} < \overline{X} < \mu_o + t_{\alpha/2}\dfrac{S}{\sqrt{n}}$

siendo $t_{\alpha/2}$ el valor que deja a la derecha una probabilidad de $\alpha/2$ en una distribución t de Student con n-1 grados de libertad.Este valor se busca en la tabla de la distribución t de Student y depende del nivel de significación fijado para realizar el contraste.

Ejemplo 3. Una población sigue una distribución normal. Se desea contrastar la hipótesis nula de que la esperanza poblacional sea igual a 10 frente a la hipótesis alternativa de que sea menor que 10. Para ello se toma una muestra aleatoria simple de tamaño 16 y se obtiene a partir de dicha muestra una media muestral de 9,5 y una cuasidesviación típica igual a 2. Realizar el contraste para un nivel de significación del 5%.

La población es normal, la varianza poblacional es desconocida. Se dispone de una muestra de tamaño 16 (menor que 30). Por tanto, el estadístico de contraste es:

$$\frac{\overline{X}-\mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \cong t_{n-1}$$

Las hipótesis nula y alternativa son:

$$H_0 : \mu = 10$$

$$H_1 : \mu < 10$$

La regla de decisión adecuada para realizar el contraste es:

Se rechaza H_0	si	$\frac{\overline{X}-\mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \leq -t_\alpha$	(región crítica)
Se acepta H_0	si	$\frac{\overline{X}-\mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} > -t_\alpha$	(región de aceptación)

En primer lugar se determinará el valor del estadístico de contraste.

$$\frac{\overline{X}-\mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{9{,}5-10}{\frac{2}{\sqrt{16}}} = -1$$

A continuación, se determinará t_α .

El nivel de significación fijado para realizar el contraste es del 5% Por tanto $\alpha = 0{,}05$.

t_α es el valor que deja a la derecha un área de 0,05 en una distribución t de Student con 15 grados de libertad. Dicho valor se determina a partir de la tabla de la distribución t de Student que se presenta en el anexo de la Unidad Didáctica 3.

Se busca 15 (grados de libertad de la distribución) en la primera columna y 0,05 (área a la derecha) en la primera fila. El valor situado dentro de la tabla que corresponde a la fila en la que está situado 15 y a la columna en la que está situado 0,05 es el que deja a la derecha esa área. Dicho valor es 1,753.

Por tanto, $-t_\alpha = -1{,}753$.

El valor del estadístico de contraste es mayor que $-t_\alpha$, $-1 > -1{,}753$. La muestra pertenece a la región de aceptación. Por tanto, no se rechaza la hipótesis nula.

2. Si el tamaño muestral es mayor que 30 ($n > 30$), la distribución de probabilidad del estadístico media muestral viene dada por la siguiente expresión:

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \cong N(0,1)$$

   El estadístico sigue una distribución normal estándar.

   A continuación, se fijarán las reglas de decisión para los tres tipos de contrastes:

a) Se desea contrastar la hipótesis nula $H_0 : \mu = \mu_0$ frente a la hipótesis alternativa $H_1 : \mu > \mu_0$ siendo μ_0 un número conocido. Se utiliza la media muestral para realizar el contraste. Si la media muestral es suficientemente grande, se rechaza la hipótesis nula de que la esperanza poblacional sea igual a μ_0 y se acepta la alternativa: la esperanza poblacional es mayor que μ_0.

Por tanto, la regla de decisión, fijado un nivel de significación α, es:

Se rechaza H_0 si $\dfrac{\overline{X}-\mu_o}{\dfrac{S}{\sqrt{n}}} \geq z_\alpha$ (región crítica)

o lo que es lo mismo si $\overline{X} \geq \mu_o + z_\alpha \dfrac{S}{\sqrt{n}}$

Se acepta H_0 si $\dfrac{\overline{X}-\mu_o}{\dfrac{S}{\sqrt{n}}} < z_\alpha$ (región de aceptación)

o lo que es lo mismo si $\overline{X} < \mu_o + z_\alpha \dfrac{S}{\sqrt{n}}$

siendo z_α el valor que deja a la derecha una probabilidad de α en una distribución normal estándar. Este valor se busca en la tabla de la distribución normal estándar y depende del nivel de significación fijado para realizar el contraste.

b) Se desea contrastar la hipótesis nula $H_0 : \mu = \mu_0$ frente a la hipótesis alternativa $H_1 : \mu < \mu_0$ siendo μ_0 un número conocido. Se utiliza la media muestral para realizar el contraste. Si la media muestral es suficientemente pequeña, se rechaza la hipótesis nula de que la esperanza poblacional sea igual a μ_0 y se acepta la alternativa: la esperanza poblacional es menor que μ_0.

Por tanto, la regla de decisión, fijado un nivel de significación α, es:

Se rechaza H_0 si $\dfrac{\overline{X}-\mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \leq -z_\alpha$ (región crítica)

o lo que es lo mismo si $\overline{X} \leq \mu_o - z_\alpha \dfrac{S}{\sqrt{n}}$

Se acepta H_0 si $\dfrac{\overline{X}-\mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} > -z_\alpha$ (región de aceptación)

o lo que es lo mismo si $\overline{X} > \mu_o - z_\alpha \dfrac{S}{\sqrt{n}}$.

siendo $-z_\alpha$ el valor que deja a la izquierda una probabilidad de α en una distribución normal estándar. Este valor se busca en la tabla de la distribución normal estándar y depende del nivel de significación fijado para realizar el contraste.

c) Se desea contrastar la hipótesis nula $H_0: \mu = \mu_0$ frente a la hipótesis alternativa $H_1: \mu \neq \mu_0$ siendo μ_0 un número conocido. Se utiliza la media muestral para realizar el contraste. Si la media muestral está suficientemente próxima a μ_0, se acepta la hipótesis nula de que la esperanza poblacional sea igual a μ_0 y se rechaza la hipótesis alternativa.

Por tanto, la regla de decisión, fijado un nivel de significación α , es:

Se rechaza H_0 si $\frac{\overline{X}-\mu_o}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \geq z_{\alpha/2}$ o $\frac{\overline{X}-\mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \leq -z_{\alpha/2}$ (región crítica)

o lo que es lo mismo si $\overline{X} \geq \mu_o + z_{\alpha/2}\frac{S}{\sqrt{n}}$ o $\overline{X} \leq \mu_o - z_{\alpha/2}\frac{S}{\sqrt{n}}$

Se acepta H_0 si $-z_{\alpha/2} < \frac{\overline{X}-\mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} < z_{\alpha/2}$ (región de aceptación)

o lo que es lo mismo si $\mu_o - z_{\alpha/2}\frac{S}{\sqrt{n}} < \overline{X} < \mu_o + z_{\alpha/2}\frac{S}{\sqrt{n}}$

siendo $z_{\alpha/2}$ el valor que deja a la derecha una probabilidad de $\alpha/2$ en una distribución normal estándar. Este valor se busca en la tabla de la distribución normal estándar y depende del nivel de significación fijado para realizar el contraste.

5. CONTRASTES DE HIPÓTESIS SOBRE LA ESPERANZA DE UNA POBLACIÓN NO MORMAL

Una población sigue una distribución no normal. El valor de la esperanza poblacional es desconocido. Se desea contrastar la hipótesis nula de que la esperanza poblacional sea igual a μ_0. Se distinguen tres tipos de contrastes dependiendo de la hipótesis alternativa.

1. $H_0 : \mu = \mu_0$
   $H_1 : \mu > \mu_0$

2. $H_0 : \mu = \mu_0$
   $H_1 : \mu > \mu_0$

3. $H_0 : \mu = \mu_0$
   $H_1 : \mu \neq \mu_0$

El contraste que se realice depende de la situación en la que nos encontremos. La explicación se expuso al principio de la sección anterior.

Como ya hemos visto, para realizar contrastes sobre la esperanza poblacional nos basaremos en la media muestral.

A continuación, se presentan los diferentes contrastes. Se distinguen dos casos dependiendo de si la varianza poblacional es conocida o desconocida.

CONTRASTES DE HIPÓTESIS SOBRE LA ESPERANZA DE UNA POBLACIÓN NO NORMAL CON VARIANZA CONOCIDA

Se considera una población con varianza conocida. Se toma una muestra aleatoria simple de tamaño n mayor que 30. El contraste de hipótesis está basado en la distribución aproximada del estadístico media muestral que aparece en la Unidad Didáctica 4 (sección 4). Si se considera cierta la hipótesis nula $H_0 : \mu = \mu_0$, se tiene que:

$$\frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \approx N(0,1)$$

El estadístico sigue una distribución normal estándar aproximada.

A continuación, se fijarán las reglas de decisión para los tres tipos de contrastes. El análisis es igual al de una población normal con la única diferencia de que la distribución del estadístico de contraste es aproximada.

a) Se desea contrastar la hipótesis nula $H_0 : \mu = \mu_0$ frente a la hipótesis alternativa $H_1 : \mu > \mu_0$ siendo μ_0 un número conocido.

La regla de decisión, fijado un nivel de significación α, es:

Se rechaza H_0 si $\frac{\overline{X} - \mu_o}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \geq z_\alpha$ (región crítica)

Se acepta H_0 si $\frac{\overline{X} - \mu_o}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < z_\alpha$ (región de aceptación)

b) Se desea contrastar la hipótesis nula $H_0 : \mu = \mu_0$ frente a la hipótesis alternativa $H_1 : \mu < \mu_0$ siendo μ_0 un número conocido.

La regla de decisión, fijado un nivel de significación α , es:

Se rechaza H_0 si $\dfrac{\overline{X}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \leq -z_\alpha$ (región crítica)

Se acepta H_0 si $\dfrac{\overline{X}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} > -z_\alpha$ (región de aceptación)

c) Se desea contrastar la hipótesis nula $H_0 : \mu = \mu_0$ frente a la hipótesis alternativa $H_1 : \mu \neq \mu_0$ siendo μ_0 un número conocido.

Por tanto, la regla de decisión, fijado un nivel de significación α , es:

Se rechaza H_0 si $\dfrac{\overline{X}-\mu_o}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \geq z_{\alpha/2}$ o $\dfrac{\overline{X}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \leq -z_{\alpha/2}$ (región crítica)

Se acepta H_0 si $-z_{\alpha/2} < \dfrac{\overline{X}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < z_{\alpha/2}$ (región de aceptación)

Las reglas de decisión son igual que para el caso en el que la población sigue una distribución normal. La única diferencia es que la distribución de probabilidad del estadístico en el que se basa el contraste es aproximada.

CONTRASTES DE HIPÓTESIS SOBRE LA ESPERANZA DE UNA POBLACIÓN NO NORMAL CON VARIANZA DESCONOCIDA

Se considera una población cuya varianza es desconocida. Se toma una muestra aleatoria simple de tamaño n mayor que 30. El contraste de hipótesis está basado en la distribución aproximada del estadístico media muestral que aparece en la Unidad Didáctica 4 (sección 4).

$$\frac{\overline{X}-\mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \approx N(0,1)$$

El estadístico sigue una distribución normal estándar aproximada.

A continuación, se fijarán las reglas de decisión para los tres tipos de contrastes. El análisis es igual al de una población normal con la única diferencia de que la distribución del estadístico de contraste es aproximada.

a) Se desea contrastar la hipótesis nula $H_0 : \mu = \mu_0$ frente a la hipótesis alternativa $H_1 : \mu > \mu_0$ siendo μ_0 un número conocido.

La regla de decisión, fijado un nivel de significación α, es:

Se rechaza H_0 si $\frac{\overline{X}-\mu_o}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \geq z_\alpha$ (región crítica)

Se acepta H_0 si $\frac{\overline{X}-\mu_o}{\frac{S}{\sqrt{n}}} < z_\alpha$ (región de aceptación)

b) Se desea contrastar la hipótesis nula $H_0 : \mu = \mu_0$ frente a la hipótesis alternativa $H_1 : \mu < \mu_0$ siendo μ_0 un número conocido.

La regla de decisión, fijado un nivel de significación α, es:

Se rechaza H_0 si $\frac{\overline{X}-\mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \leq -z_\alpha$ (región crítica)

Se acepta H_0 si $\frac{\overline{X}-\mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} > -z_\alpha$ (región de aceptación)

c) Se desea contrastar la hipótesis nula $H_0 : \mu = \mu_0$ frente a la hipótesis alternativa $H_1 : \mu \neq \mu_0$ siendo μ_0 un número conocido.

La regla de decisión, fijado un nivel de significación α, es:

Se rechaza H_0 si $\dfrac{\overline{X} - \mu_o}{\dfrac{S}{\sqrt{n}}} \geq z_{\alpha/2}$ o $\dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\dfrac{S}{\sqrt{n}}} \leq -z_{\alpha/2}$ (región crítica)

Se acepta H_0 si $-z_{\alpha/2} < \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\dfrac{S}{\sqrt{n}}} < z_{\alpha/2}$ (región de aceptación)

Las reglas de decisión son igual que para el caso en el que la población sigue una distribución normal. La única diferencia es que la distribución de probabilidad del estadístico en el que se basa el contraste es aproximada.

6. CONTRASTES DE IGUALDAD DE ESPERANZA DE DOS POBLACIONES NORMALES

Se consideran dos poblaciones que siguen distribuciones normales con varianzas conocidas. Sean μ_1 y μ_2 las esperanzas de la primera y de la segunda población respectivamente, y σ_1^2 y σ_2^2 las varianzas. Se toman dos muestras aleatorias simples de tamaños n_1 y n_2.

Se desea contrastar la hipótesis nula de que las esperanzas de ambas poblaciones son iguales $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ frente a la hipótesis alternativa de que son diferentes $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$.

El contraste de hipótesis está basado en el estadístico diferencia de medias muestrales que aparece en la Unidad Didáctica 4 (sección 3).

$$\frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1{}^2}{n_1} + \frac{\sigma_2{}^2}{n_2}}} \cong N(0,1)$$

El estadístico sigue una distribución normal estándar.

Si la hipótesis nula $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ es cierta, se tiene que $\mu_1 - \mu_2 = 0$. Por tanto el estadístico sería:

$$\frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1{}^2}{n_1} + \frac{\sigma_2{}^2}{n_2}}}$$

Si las medias muestrales están *suficientemente próximas*, se acepta la hipótesis nula de igualdad de esperanzas poblacionales. Por tanto, la regla de decisión, fijado un nivel de significación α , es:

Se rechaza H_0 si $\dfrac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1} + \dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}} \geq z_{\alpha/2}$ o $\dfrac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1} + \dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}} \leq -z_{\alpha/2}$

Se acepta H_0 si $-z_{\alpha/2} < \dfrac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1} + \dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}} < z_{\alpha/2}$

siendo $z_{\alpha/2}$ el valor que deja a la derecha una probabilidad de $\alpha/2$ en una distribución normal estándar. Este valor se busca en la tabla de la distribución normal estándar y depende del nivel de significación fijado para realizar el contraste.

Ejemplo 4. La duración de los aparatos electrónicos de una empresa A sigue una distribución normal con desviación típica 24 horas, mientras que la duración de los aparatos electrónicos de otra empresa B sigue una distribución normal con desviación típica 28 horas.

Se desea contrastar la hipótesis nula de que las medias poblacionales sean iguales, frente a la hipótesis alternativa de que sean diferentes.

Se extraen dos muestras aleatorias simples de tamaños 10 y 200 respectivamente. La duración media de los aparatos de la primera muestra es de 1 452 horas mientras que la duración media de los aparatos de la segunda es de 1447 horas.

¿Puede admitirse con un nivel de significación del 5% que las duraciones medias de los aparatos son iguales?

ξ_1 = " Duración de los aparatos de la empresa A"

$\sigma_1 = 24h \qquad n_1 = 10$

ξ_2 = " Duración de los aparatos de la empresa B"

$\sigma_2 = 28h \qquad n_2 = 200$

Se desea contrastar la hipótesis nula de que las esperanzas de ambas poblaciones son iguales frente a la hipótesis alternativa de que son diferentes.

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$
$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$$

Las poblaciones son normales y las varianzas poblacionales conocidas. La regla de decisión para realizar el contraste es:

Se rechaza H_0 si $\dfrac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1{}^2}{n_1} + \dfrac{\sigma_2{}^2}{n_2}}} \geq z_{\alpha/2}$ o $\dfrac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1{}^2}{n_1} + \dfrac{\sigma_2{}^2}{n_2}}} \leq -z_{\alpha/2}$

Se acepta H_0 si $-z_{\alpha/2} < \dfrac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1{}^2}{n_1} + \dfrac{\sigma_2{}^2}{n_2}}} < z_{\alpha/2}$

En primer lugar se determinará el valor del estadístico de contraste.

$$\frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1{}^2}{n_1} + \dfrac{\sigma_2{}^2}{n_2}}} = \frac{1452 - 1447}{\sqrt{\dfrac{24^2}{10} + \dfrac{28^2}{200}}} = 0,637$$

A continuación, se determinará $z_{\alpha/2}$.

El nivel de significación fijado para realizar el contraste es del 5%. Por tanto, $\alpha = 0,05$ y $\alpha/2 = 0,025$.

$z_{\alpha/2}$ es el valor que deja a la derecha un área de 0,05 en una distribución normal estándar. Dicho valor se determina a partir de la tabla de la distribución normal que se presenta en el anexo de la Unidad Didáctica 3.

Se busca dentro de la tabla 0,05. Se mira a que valor de la primera columna y de la primera fila corresponde. Dicha área corresponde a 1,9 y 0,06. Por tanto, $z_{\alpha/2} = 1{,}96$.

El valor del estadístico de contraste es menor que $z_{\alpha/2}$ $0{,}637 < 1{,}96$. La muestra pertenece a la región de aceptación. Por tanto, no se rechaza la hipótesis nula.

7. CONTRASTES DE IGUALDAD DE ESPERANZAS DE DOS POBLACIONES NO NORMALES

Se consideran dos poblaciones no normales con varianzas conocidas. Sean μ_1 y μ_2 las esperanzas de la primera y de la segunda población respectivamente, y σ_1^2 y σ_2^2 las varianzas. Se toman dos muestras aleatorias simples de tamaños n_1 y n_2 respectivamente ambos mayores que 30.

Se desea contrastar la hipótesis nula de que las esperanzas de ambas poblaciones son iguales , $H_0 : \mu_1 = \mu_2$, frente a la hipótesis alternativa de que son diferentes. $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$.

El contraste de hipótesis está basado en la distribución aproximada del estadístico diferencia de medias muestrales que aparece en la Unidad Didáctica 4 (sección 4).

$$\frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\dfrac{{\sigma_1}^2}{n_1} + \dfrac{{\sigma_2}^2}{n_2}}} \approx N(0,1)$$

El estadístico sigue una distribución normal estándar aproximada.

El análisis es igual al de poblaciones normales con la única diferencia de que la distribución del estadístico de contraste es aproximada. Si la hipótesis nula $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ es cierta, se tiene que $\mu_1 - \mu_2 = 0$. Por tanto el estadístico sería:

$$\frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^{\,2}}{n_1} + \frac{\sigma_2^{\,2}}{n_2}}})$$

La regla de decisión, fijado un nivel de significación α, es:

Se rechaza H_0 si $\frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^{\,2}}{n_1} + \frac{\sigma_2^{\,2}}{n_2}}} \geq z_{\alpha/2}$ o $\frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^{\,2}}{n_1} + \frac{\sigma_2^{\,2}}{n_2}}} \leq -z_{\alpha/2}$

Se acepta H_0 si $-z_{\alpha/2} < \frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^{\,2}}{n_1} + \frac{\sigma_2^{\,2}}{n_2}}} < z_{\alpha/2}$

siendo $z_{\alpha/2}$ el valor que deja a la derecha una probabilidad de $\alpha/2$ en una distribución normal estándar.

La regla de decisión es igual que para el caso en el que las poblaciones siguen distribuciones normales. La única diferencia es que la distribución de probabilidad del estadístico, en el que se basa el contraste, es aproximada.

CUADROS

CUADRO 1. POBLACIONES NORMALES

Contraste	Región crítica
$H_0 : \mu = \mu_0$ $H_1 : \mu > \mu_0$	**Varianza conocida** $\dfrac{\overline{X} - \mu_o}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \geq z_\alpha$ **Varianza desconocida** **n<30** $\dfrac{\overline{X} - \mu_o}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \geq t_\alpha$ **n>30** $\dfrac{\overline{X} - \mu_o}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \geq z_\alpha$
$H_0 : \mu = \mu_0$ $H_1 : \mu < \mu_0$	**Varianza conocida** $\dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \leq -z_\alpha$ **Varianza desconocida** **n<30** $\dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \leq -t_\alpha$ **n>30** $\dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \leq -z_\alpha$

CUADRO 1. POBLACIONES NORMALES (Continuación)

Contraste	Región crítica
$H_0 : \mu = \mu_0$ $H_1 : \mu \neq \mu_0$	**Varianza conocida** $$\frac{\overline{X} - \mu_o}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \geq z_{\alpha/2} \quad \text{o} \quad \frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \geq - z_{\alpha/2}$$ **Varianza desconocida** **n<30** $$\frac{\overline{X} - \mu_o}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \geq t_{\alpha/2} \quad \text{o} \quad \frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \leq - t_{\alpha/2}$$ **n>30** $$\frac{\overline{X} - \mu_o}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \geq z_{\alpha/2} \quad \text{o} \quad \frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \leq - z_{\alpha/2}$$
$H_0 : \mu_1 = \mu_2$ $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$	**Varianzas conocidas** $$\frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1{}^2}{n_1} + \frac{\sigma_2{}^2}{n_2}}} \geq z_{\alpha/2} \quad \text{o} \quad \frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1{}^2}{n_1} + \frac{\sigma_2{}^2}{n_2}}} \leq - z_{\alpha/2}$$

CUADRO 2. POBLACIONES NO NORMALES Y n > 30

Contraste	Región crítica
$H_0 : \mu = \mu_0$ $H_1 : \mu > \mu_0$	**Varianza conocida** $$\frac{\overline{X} - \mu_o}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \geq z_\alpha$$ **Varianza desconocida** $$\frac{\overline{X} - \mu_o}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \geq z_\alpha$$
$H_0 : \mu = \mu_0$ $H_1 : \mu < \mu_0$	**Varianza conocida** $$\frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \leq -z_\alpha$$ **Varianza desconocida** $$\frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \leq -z_\alpha$$

CUADRO 2. POBLACIONES NO NORMALES Y n > 30 (Continuación)

Contraste	Región crítica
$H_0 : \mu = \mu_0$ $H_1 : \mu \neq \mu_0$	**Varianza conocida** $\dfrac{\overline{X} - \mu_o}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}} \geq z_{\alpha/2} \quad \text{o} \quad \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}} \leq -z_{\alpha/2}$ **Varianza desconocida** $\dfrac{\overline{X} - \mu_o}{\dfrac{S}{\sqrt{n}}} \geq z_{\alpha/2} \quad \text{o} \quad \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\dfrac{S}{\sqrt{n}}} \leq -z_{\alpha/2}$
$H_0 : \mu_1 = \mu_2$ $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$	**Varianzas conocidas** $\dfrac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1{}^2}{n_1} + \dfrac{\sigma_2{}^2}{n_2}}} \geq z_{\alpha/2} \quad \text{o} \quad \dfrac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1{}^2}{n_1} + \dfrac{\sigma_2{}^2}{n_2}}} \leq -z_{\alpha/2}$

CONCLUSIONES

Cuando se estudia una población de la que se conoce su distribución de probabilidad excepto un parámetro o parámetros desconocidos, puede resultar de interés contrastar hipótesis sobre dichos parámetros.

En dicho proceso se deben seguir las siguientes etapas:

- En primer lugar, se formulan la hipótesis nula y la hipótesis alternativa. La formulación del contraste dependerá del problema que se esté analizando en cada caso.
- A continuación, hay que elegir el estadístico de contraste adecuado dependiendo de la situación en la que nos encontremos (distribución de la población, tamaño muestral, información conocida) y establecer una regla de decisión dependiendo del tipo de contraste.
- Seguidamente, se toma una muestra. La muestra debe ser representativa de la población para que los resultados sean fiables.
- Después, se calcula el valor del estadístico de contraste y el nivel crítico (que dependerá del nivel de significación fijado).
- Finalmente, se adopta la decisión que consistirá en no rechazar la hipótesis nula o rechazar la hipótesis nula.

RECAPITULACIÓN

Una **hipótesis** es una conjetura que se establece sobre los parámetros de una población.

- La **hipótesis nula** es la que a priori parece más probable.
- La **hipótesis alternativa** es la que se pasará a aceptar si se rechaza la hipótesis nula.

Un **contraste** o test es el procedimiento mediante el que aceptaremos o rechazaremos una hipótesis a partir de la información que proporciona la muestra.

Un contraste divide el espacio muestral en dos regiones:

- **Región crítica:** es aquella zona del espacio muestral tal que si la muestra pertenece a ella la hipótesis se rechaza.
- **Región de aceptación:** es aquella zona del espacio muestral tal que si la muestra pertenece a ella la hipótesis se acepta.

AUTOCOMPROBACIÓN

1. Una hipótesis es:

   a) Una afirmación que se establece sobre los parámetros desconocidos de una población.

   b) Un estadístico que se utiliza para asignar un valor a un parámetro desconocido de una población.

   c) Un parámetro desconocido.

   d) Ninguna respuesta es correcta.

2. La hipótesis nula:

   a) Siempre será una hipótesis simple.

   b) Siempre será una hipótesis compuesta.

   c) Es la que a priori parece más probable.

   d) Ninguna respuesta es correcta.

3. Se va a contrastar la hipótesis nula de que la esperanza de una población sea igual a 12 frente a la hipótesis alternativa de que sea igual a 15:

   a) La hipótesis nula es simple y la alternativa compuesta.

   b) La hipótesis nula es compuesta y la alternativa simple.

   c) La dos hipótesis son simples.

   d) Ninguna respuesta es correcta.

4. La región crítica es:

   a) La zona del espacio muestral tal que si la muestra pertenece a ella la hipótesis nula se acepta.
   b) La zona del espacio muestral tal que si la muestra pertenece a ella la hipótesis nula se rechaza.
   c) La zona del espacio muestral tal que si la muestra pertenece a ella la hipótesis alternativa se rechaza.
   d) Ninguna respuesta es correcta.

5. La región de aceptación es:

   a) La zona del espacio muestral tal que si la muestra pertenece a ella la hipótesis nula se acepta.
   b) La zona del espacio muestral tal que si la muestra pertenece a ella la hipótesis nula se rechaza.
   c) La zona del espacio muestral tal que si la muestra pertenece a ella la hipótesis alternativa se acepta.
   d) Ninguna respuesta es correcta.

6. El error tipo I consiste en:

   a) Rechazar la hipótesis nula siendo falsa.
   b) Aceptar la hipótesis nula siendo falsa.
   c) Rechazar la hipótesis nula siendo cierta.
   d) Ninguna respuesta es correcta.

7. El error tipo II consiste en:

   a) Rechazar la hipótesis nula siendo falsa.
   b) Aceptar la hipótesis nula siendo falsa.
   c) Rechazar la hipótesis nula siendo cierta.
   d) Ninguna respuesta es correcta.

8. El nivel de significación es:

a) La probabilidad de rechazar la hipótesis nula siendo falsa.
b) La probabilidad de aceptar la hipótesis nula siendo falsa.
c) La probabilidad de rechazar la hipótesis nula siendo cierta.
d) Ninguna respuesta es correcta.

9. La potencia del contraste es:

a) La probabilidad de rechazar la hipótesis nula siendo falsa.
b) La probabilidad de aceptar la hipótesis nula siendo falsa.
c) La probabilidad de rechazar la hipótesis nula siendo cierta.
d) Ninguna respuesta es correcta.

10. Si la probabilidad de cometer el error tipo II es de 0,1, la potencia del contraste será:

a) 0,1.
b) 0,9.
c) Con esta información no es posible determinar la potencia del contraste.
d) Ninguna respuesta es correcta.

SOLUCIONARIO

1.	a	2.	c	3.	c	4.	b	5.	a
6.	c	7.	b	8.	c	9.	a	10.	b

PROPUESTAS DE AMPLIACIÓN

Si estás interesado en ampliar los conocimientos sobre contraste de hipótesis, puedes consultar los capítulos 8, 9, 10 y 11 del siguiente libro:

Martín Pliego F. J. y Ruiz Maya L. (2001). Estadística II: Inferencia. Editorial Thomson.

BIBLIOGRAFÍA

Martín Pliego F. J. y Ruiz Maya L. (2005). Fundamentos de Inferencia Estadística. Editorial Thomson.

López de la Manzanara Barbero J. (1996). Problemas de Estadística. Editorial Pirámide.